

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Калужский филиал
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана» (национальный исследовательский университет)
(КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

**Кафедра «Программное обеспечение ЭВМ,
информационные технологии» (ИУК4)**

ПРОГРАММА

**вступительного экзамена в аспирантуру
по научной специальности**

**1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ»**

Калуга, 2024 г.

Содержание программы

Математический анализ

Теорема Вейерштрасса о существовании предела у монотонной ограниченной последовательности. Теорема Вейерштрасса о достижимости точных граней непрерывной на отрезке функции. Теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции. Теорема о среднем Коши (формула Коши). Определение равномерно непрерывной функции. Теорема Кантора. Правило Лопиталья. Определение интеграла Римана от функции на отрезке. Необходимое условие интегрируемости. Теорема о существовании интеграла от непрерывной на отрезке функции. Теорема о среднем значении для определенного интеграла. Определение числового ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Признак сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признак Даламбера сходимости числового ряда. Радикальный признак Коши сходимости числового ряда. Ряд Лейбница. Производная по направлению. Определение равномерной сходимости последовательности функций. Критерий равномерной сходимости. Теорема о пределе равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Определение степенного ряда. Первая теорема Абеля. Определение несобственных интегралов. Критерий Коши сходимости интегралов. Признак сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций. Определение равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Признак Вейерштрасса. Область определения бета и гамма функций Эйлера.

Алгебра и геометрия

Совместность систем линейных уравнений. Связь общего решения неоднородной системы с общим решением приведенной системы. Теорема Крамера. Линейная зависимость систем n -мерных строк (столбцов). Число n -мерных строк (столбцов) в эквивалентных системах. Конечномерное векторное пространство, база и размерность, матрица перехода от одной базы к другой. Линейные операторы, матрица линейного оператора в данной базе, связь между матрицами линейного оператора в разных базах.

Собственные векторы и собственные значения линейного оператора в разных базах.

Евклидово пространство, ортонормированные базы, ортогональность матрицы перехода от одной ортонормированной базы к другой. Ортогональные и симметрические операторы, их матрицы в ортонормированной базе, лемма о характеристических корнях вещественной симметрической матрицы.

Дифференциальные уравнения

Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особые

решения дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Краевые задачи. Метод функции Грина. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка.

Дискретная математика

Функции алгебры логики. Реализация функций алгебры логики формулами. Канонические формы представления функций алгебры логики. Полнота и замкнутость систем функций алгебры логики. Критерий функциональной полноты. Проблема построения минимальных дизъюнктивных нормальных форм и подходы к ее решению. Схемы из функциональных элементов в базисе {И, ИЛИ, НЕ}. Задача построения схем из функциональных элементов и подходы к ее решению. Графы. Способы задания графов. Геометрическая реализация графов. Примеры задач из теории графов. Проблематика теории кодирования. Алфавитное кодирование. Проблема однозначности кодирования. Префиксные коды. Коды с минимальной избыточностью. Помехоустойчивое кодирование. Коды Хемминга.

Теория вероятностей и математическая статистика

Эквивалентность аксиом конечной аддитивности и непрерывности аксиоме \square - аддитивности в определении вероятности на булевой алгебре событий. Функция распределения вероятностей и ее свойства. Независимость случайных величин; критерий их независимости. Закон больших чисел Чебышева. Центральная предельная теорема для сумм независимых одинаково распределенных случайных величин. Понятие доверительной области. Доверительный интервал для среднего значения нормального распределения при неизвестной дисперсии. Наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы при простой альтернативе: лемма Неймана-Пирсона.

Уравнения математической физики

Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка с частными производными и приведение их к каноническому виду. Вывод уравнения теплопроводности. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Решение первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных. Принцип максимума и теорема единственности решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума для гармонических функций и следствия из него. Теоремы единственности решения задачи Дирихле и задачи Неймана для уравнения Лапласа.

Методы оптимизации

Постановка задачи линейного программирования. Идея симплексного

метода. Алгоритм симплексного метода. Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. Метод дополнительных переменных и метод искусственных переменных. Постановка задачи выпуклого программирования. Определение и примеры выпуклых множеств и выпуклых функций. Выпуклость и замкнутость Лебегова множества выпуклой функции. Градиентное неравенство для выпуклых функций. Экстремальные свойства выпуклых функций (теорема о глобальном и локальном минимуме). Методы безусловной минимизации выпуклых функций (метод наискорейшего спуска, метод покоординатного спуска, метод Ньютона). Методы решения задачи выпуклого программирования (на выбор, например, метод условного градиента, метод проекции градиента, метод штрафных функций).

Теория игр и исследование операций

Многокритериальная оптимизация. Антагонистические игры. Неантагонистические игры. Кооперативные игры.

Численные методы

Алгебраическое интерполирование. Исследование существования и единственности интерполяционного полинома. Интерполяционный полином Лагранжа. Оценка остаточного члена. Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Применение метода Гаусса к вычислению определителя и обратной матрицы. Итерационные методы решения систем линейных уравнений. Методы Якоби и Зейделя. Исследование сходимости в случае матриц с диагональным преобладанием. Разностные схемы для уравнения Пуассона. Исследование устойчивости с помощью принципа максимума.

Методы искусственного интеллекта

Формализация знаний в интеллектуальных системах. Модели представления знаний. Нечеткие знания и методы их обработки. Вывод на знаниях. Экспертные системы. Методы инженерии знаний в интеллектуальных системах. Принятие решений в условиях неопределенности. Системы когнитивного моделирования. Метод ситуационного анализа. Искусственные нейронные сети. Методы эволюционных вычислений. Методы когнитивной компьютерной графики. Гибридные интеллектуальные системы. Интеллектуальные мультиагентные системы. Интеллектуальные методы проектирования сложных систем.

Информатика

Основные понятия процедурного программирования. Пользовательские процедуры как аппарат технологии программирования. Типы данных и их классификация. Алгоритмы вычисления логических

формул. Алгоритмы поиска в последовательностях. Однопроходные алгоритмы объединения (слияния), пересечения и разности массивов. Алгоритмы сортировки массивов. Реализация операторов и типов данных средствами низкого уровня. Списки, стеки, очереди и их применение. Алгоритм полного перебора на примере задачи о перечислении всех правильных раскрасок графа. Алгоритм перебора с возвратом на примере задачи о перечислении всех правильных раскрасок графа. Обход дерева "в глубину" (с использованием стека) и "в ширину" (с использованием очереди). Алгоритмы обработки арифметических выражений. Определение и реализация основных операций обработки текстов. Нахождение текста результата операции по тексту ее аргументов на примере двух способов вычисления суммы натуральных чисел.

Рекомендуемая литература

Основная литература по дисциплине

1. Данилов, А. М. Математическое и компьютерное моделирование сложных систем [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Данилов, И. А. Гарькина, Э. Р. Домке. — Пенза : Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, ЭБС АСВ, 2011. — 296 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/23100.html>
2. Тупицына, А. И. Методы компьютерного моделирования физических процессов и сложных систем [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. И. Тупицына. — Санкт-Петербург : Университет ИТМО, 2014. — 49 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/67284.html>
3. Системный анализ и математическое моделирование сложных экологических и экономических систем. Теоретические основы и приложения [Электронный ресурс]: монография / О. Е. Архипова, В. Ю. Запорожец, О. В. Ковалев [и др.] ; под редакцией Ф. А. Сурков, В. В. Селютин. — Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2015. — 162 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/78703.html>
4. Аверченков, В. И. Основы математического моделирования технических систем [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. И. Аверченков, В. П. Федоров, М. Л. Хейфец. — Брянск : Брянский государственный технический университет, 2012. — 271 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/7003.html>
5. Основы программного моделирования. Практикум [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. В. Бугаев, Л. А. Коробова, С. Н. Черняева, А. С. Чайковский. — Воронеж : Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2013. — 68 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/47438.html>
6. Численные методы в информационных системах [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. Ю. Громов, О. Г. Иванова, М. А. Ивановский [и др.]. — Тамбов : Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 135 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/64618.html>
7. Никулин, К. С. Математическое моделирование в системе Mathcad

[Электронный ресурс]: методические рекомендации по выполнению контрольных работ по курсу «Компьютерное инженерное моделирование» / К. С. Никулин. — Москва : Московская государственная академия водного транспорта, 2009. — 65 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/46717.html>

8. Аверченков, В. И. Основы математического моделирования технических систем [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. И. Аверченков, В. П. Федоров, М. Л. Хейфец. — Брянск : Брянский государственный технический университет, 2012. — 271 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/7003.html>

9. Аверченков, В. И. Эволюционное моделирование и его применение [Электронный ресурс]: монография / В. И. Аверченков, П. В. Казаков. — Брянск : Брянский государственный технический университет, 2012. — 200 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/7012.html>

10. Ашихмин, В. Н. Введение в математическое моделирование [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. Н. Ашихмин, М. Б. Гитман, И. Э. Келлер. — Москва : Логос, 2004. — 439 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/9063.html>

Дополнительная литература и учебные материалы

11. Капитонова, Т. А. Нейросетевое моделирование в распознавании образов. Философско-методические аспекты [Электронный ресурс]: монография / Т. А. Капитонова. — Минск : Белорусская наука, 2009. — 131 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/10057.html>

12. Матюшкин, И. В. Моделирование и визуализация средствами MATLAB физики наноструктур [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. В. Матюшкин. — Москва : Техносфера, 2011. — 168 с. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/13280.html>

13. Основы программного моделирования [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Бугаев, Л.А. Коробова, С.Н. Черняева, А.С. Чайковский ; науч. ред. Г.В. Абрамов ; Министерство образования и науки РФ, ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий». — Воронеж : Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2013. — 68 с. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=255931>

14. Буйначев, С.К. Применение численных методов в математическом моделировании [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.К. Буйначев ; науч. ред. Ю.В. Песин ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. — Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. — 72 с. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275957>

Заведующий кафедрой ИУК4
"Программное обеспечение ЭВМ,
информационные технологии"



Ю.Е. Гагарин